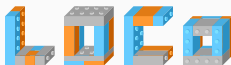




UNICAMP



Posicionando estações de recarga para robôs com energia limitada em aranhas

Lucas Cardoso Pereira, Santiago Valdés Ravelo

XLVI Congresso da Sociedade Brasileira de Computação

XI Encontro de Teoria da Computação

Gramado, RS, Brasil

Julho de 2026

"Dark necessities are part of my design (and analysis of algorithms)."

Nossa agenda de hoje

Motivação e definição

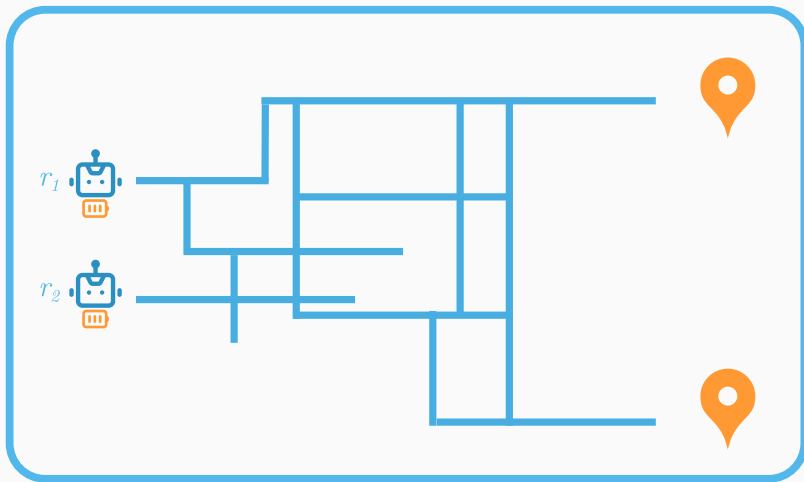
Resolvendo em spiders

Conclusão e trabalhos futuros

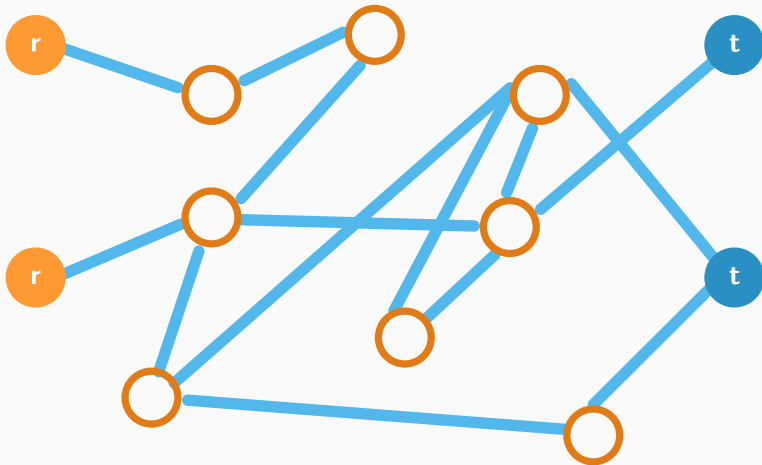
Motivação e definição

Um problema prático

GrafoFactory



Modelando em grafos



MIN-STATION [Das, 2025]

Entrada: grafo simples $G = (V, E)$, conjuntos $S \subseteq V$ e $T \subseteq V$ tais que $|S| = |T| = m$ e $r \in \mathbb{Z}_+$.

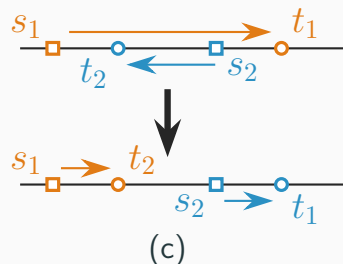
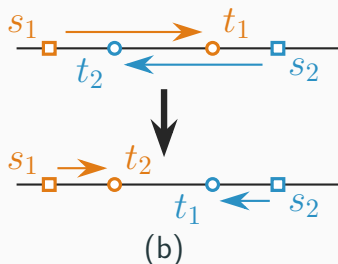
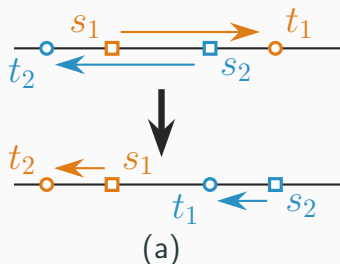
Saída: conjunto $C \subseteq V$ de modo que todos os robôs partindo de cada $s \in S$ atinjam cada $t \in T$ sem que percorram mais do que r arestas consecutivas sem visitar algum $c \in C$, minimizando $|C|$.

- NP-difícil para grafos gerais com $\Delta(G) \geq 6$ a partir do 3,3-SAT [Das, 2025]
- Polinomial para caminhos ($O(|V|)$) e ciclos ($O(|V|^2)$) [Das, 2025]
- Contribuímos com um algoritmo linear para spiders

Revisando em caminhos

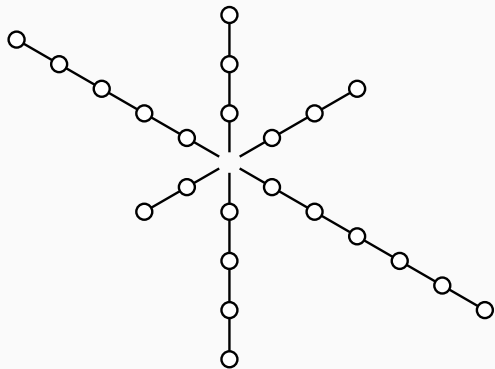
Escolha gulosa que implicitamente encontra uma bijeção $t : S \rightarrow T$ que minimiza $|C|$.

- Estações posicionadas no limite de bateria disponível r
- Robôs que caminham em direções opostas nunca se cruzam (argumento da troca).



Resolvendo em spiders

O que é uma spider?



Definição (Spider)

- $SP = (V, E)$
- $\exists! c \in V (k = d(c) \geq 3)$
- $\forall v \in V \setminus \{c\} (d(v) \leq 2)$
- $SP = \{c\} \cup \bigcup_{i=1}^k R_i$

- Resolver em cada radial é idêntico a resolver em caminhos
 - Posicionando estações no limite r de energia, garantimos que os robôs cheguem ao centro com o máximo de energia possível ($0 < r' \leq r$)
- Resta resolver o estado final, quando um robô que está em uma radial R_i precisa ir para um target em uma radial R_j , $i \neq j$

Duas situações são possíveis:

- (i) todos os robôs atingiram target e nada precisa ser feito
- (ii) há radiais com robôs que precisam chegar a targets em outras radiais.

Uma escolha gulosa para a situação (ii)

- O robô i chega ao centro com energia r'_i máxima.
- Seja L_R a lista de robôs e L_T a lista de targets não resolvidos
- Atribuir o robô $r_a \in L_R$ com maior energia restante ao target $t_f \in L_T$ mais distante do centro não aumenta o número de estações necessárias, pois
- em uma solução ótima, se um robô r_b com energia não maior que r_a for atribuído a t_f , e r_a for atribuído a outro target t' não mais distante que t_f , as atribuições podem ser trocadas sem aumentar o número de estações necessárias

Seja k o número de caminhos radiais em SP .

1. Para cada radial R_i , $1 \leq i \leq k$, resolva como um caminho independente
2. Construa L_R e L_T e realize a atribuição gulosa ordenando L_R e L_T em ordem não-crescente de energia restante e distância a partir do centro, respectivamente
3. Se todos os robôs em L_R conseguirem chegar a todos os targets em L_T sem recarregar, termine
4. Se todos os robôs em L_R conseguirem alcançar a estação de recarga mais próxima de c e, a partir dela, atingir todos os targets, termine
5. Caso contrário, posicione uma estação de recarga em c e termine.

Resolver para k caminhos

$$\sum_{i=1}^k O(|V_{R_i}|) = O(|V|)$$

Ordenar L_R e L_T com COUNTINGSORT

$$O(|V|)$$

Verificar cada par em $L_R \times L_T$

$$|L_R| \cdot O(1) = O(|V|)$$

Complexidade total:

$$O(|V|)$$

Conclusão e trabalhos futuros

Apesar de ser NP-difícil, MIN-STATION permanece linear para spiders

Para o futuro:

- Analisar a complexidade de MIN-STATION em árvores gerais
- Obter uma cota inferior mais justa para a NP-dificuldade
- Analisar a complexidade do problema sob parâmetros como a largura arbórea

*Eu agradeço
Ao povo brasileiro
Norte, Centro, Sul inteiro
Onde reinou o baião*

– Caetano Veloso, “You don’t know me”

Contato

cardlucas2.com
lucascpereira@proton.me

